

文章编号 1004-924X(2007)06-0973-05

# 利用 Gabor 小波变换解决人脸识别中的小样本问题

聂祥飞<sup>1,2</sup>, 郭 军<sup>2</sup>

(1. 重庆三峡学院 物理与电子工程学院, 重庆 404000; 2. 北京邮电大学 信息工程学院, 北京 100876)

**摘要:**提出了一种在人脸识别中解决小样本问题的新算法。通过把人脸图像经过 Gabor 小波变换后得到的每个图像都看成是独立的样本, 大大增加了每一类人脸样本的样本数, 解决了人脸识别中的小样本问题。专门针对人脸特征向量组, 设计了使用白化变换后余弦距离测度的最近邻分类器来进行分类判决。在 FERET 人脸库中, 对该方法与直接 PCA 方法进行了实验比较, 结果表明, 新方法的平均正确识别率可以达到 97%, 比直接 PCA 方法具有更好的识别性能。

**关键词:**人脸识别; Gabor 小波变换; 小样本问题

**中图分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A

## Solution of small sample size problem in face recognition using Gabor wavelet transform

NIE Xiang-fei<sup>1,2</sup>, GUO Jun<sup>2</sup>

(1. *School of Physics and Electronic Engineering, Chongqing Three Gorges University, Chongqing 404000, China*; 2. *School of Information Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China*)

**Abstract:** A novel algorithm for solving the small sample size problem in face recognition is proposed. The size of each face sample is increased greatly and the small sample size problem is resolved by regarding every Gabor wavelet transformed output image as an independent sample. A special nearest neighbor classifier using whitened cosine distance is designed for the classification of face feature vector groups. The experiments comparing the proposed approach with the direct PCA method in FERET face database show that the average correct face recognition rate of the proposed algorithm can reach 97%, which is superior to the direct PCA method.

**Key words:** face recognition; Gabor wavelet transform; small sample size problem

### 1 引言

人脸识别是指采用机器对人脸图像进行分析处理, 从而提取出有效的识别信息, 达到身份辨认

的目的。人脸识别技术涉及到图像处理、模式识别、计算机视觉、神经网络等多门学科, 还与人脑的认知科学紧密相关, 是一个富有挑战性的课题。目前, 人脸识别由于其广泛的应用前景而成为模式识别领域的研究热点之一。

收稿日期: 2006-10-24; 修订日期: 2007-01-07.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 60475007); 教育部重点项目基金资助(No. 02029); 教育部跨世纪人才基金; 重庆市教委自然科学基金资助项目; 重庆市科委自然科学基金资助项目; 重庆三峡学院自然科学基金资助项目

在人脸识别中,由于人脸样本的维数一般都高于人脸训练样本数,所以如果用线性判别分析(Linear Discriminant Analysis, LDA)技术<sup>[1]</sup>来分类判决时,往往会产生所谓的小样本(Small Sample Size, SSS)问题<sup>[2]</sup>。为了解决这个问题,最常用的方法是先使用主分量分析(Principal Component Analysis, PCA)<sup>[3]</sup>技术消除训练样本的类内散度矩阵和类间散度矩阵的零空间(Null Space),从而达到对训练样本降维的目的。然后再使用 LDA 技术在低维的 PCA 子空间进行分类判决。但是该方法仍然有一定的局限性,对于每类训练样本数很小的情况(如小于 3),由于类内散度矩阵不可逆,所以该方法在此时所得到的结果往往还没有直接使用 PCA 方法得到的效果好。

本文提出了一种新的解决人脸识别中小样本问题的方法。每一个训练集人脸样本通过 Gabor 小波分解后均可以得到多个输出图像,该方法把每一个输出图像均看成独立的样本,这样,通过 Gabor 小波分解后,一个人脸样本就变成了多个人脸样本,这样就大幅度增加了训练集人脸样本数,解决了人脸识别中的小样本问题,从而可以使用 LDA 方法来提高人脸识别率。在 FERET 人脸库中进行了仿真实验,得到了令人非常满意的结果。

## 2 算法介绍

### 2.1 Gabor 小波介绍

研究发现,Gabor 小波在频率和方向上对图像的代表特性与人类视觉系统的有关特性很相似<sup>[4]</sup>。Gabor 小波适宜于图像纹理的表示和判别<sup>[5-9]</sup>,为了能够更好的提取人脸特征,Gabor 小波在人脸识别中也受到了越来越多研究者的关注<sup>[5-6]</sup>。

在空间域中,Gabor 小波是一个被高斯函数调制的复指数信号,假定  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ ,  $\sigma$  为二维高斯函数沿两个坐标轴的标准方差,则 Gabor 小波的定义如下:

$$\Psi(x, y, \omega_0, \theta) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(x_0^2 + y_0^2)/2\sigma^2} (e^{j\omega_0 x_0} - e^{-\omega_0^2 \sigma^2/2}) \quad (1)$$

其中,  $x_0 = x \cos \theta + y \sin \theta$ ,  $y_0 = -x \sin \theta + y \cos \theta$ ,

$x, y$  表示空间域像素的位置,  $\omega_0$  为中心频率,  $\theta$  代表 Gabor 小波的方向,式(1)右边方括号中的第二项用于直流补偿。

另外,  $\sigma$  和  $\omega_0$  的关系可以表示为  $\sigma = k/\omega_0$ , 其中  $k = \sqrt{2 \ln 2} \left( \frac{2^B + 1}{2^B - 1} \right)$ ,  $B$  是用倍频程表示的带宽,若取  $B=1$ ,则  $\sigma = k/\omega_0 \approx \pi/\omega_0$ , 此时, Gabor 小波的时频窗为  $W_t = \sqrt{2}\sigma \approx \sqrt{2}\pi/\omega_0$ 。时频窗若取得过大,则不利于表示图像的局部特性,若取得过小,则容易受到噪声的干扰。目前,人们常选择 5 个中心频率:  $\omega_0^1 = \sqrt{2}\pi/2$ ,  $\omega_0^2 = \sqrt{2}\pi/3$ ,  $\omega_0^3 = \sqrt{2}\pi/4$ ,  $\omega_0^4 = \sqrt{2}\pi/5$  和  $\omega_0^5 = \sqrt{2}\pi/6$ , 对应的时频窗宽度为:  $W_t^1 \approx 2$ ,  $W_t^2 \approx 3$ ,  $W_t^3 \approx 4$ ,  $W_t^4 \approx 5$  和  $W_t^5 \approx 6$ 。方向一般选择 8 个,即  $\theta$  的取值包括:  $\theta^1 = 0$ ,  $\theta^2 = \pi/8$ ,  $\theta^3 = \pi/4$ ,  $\theta^4 = 3\pi/8$ ,  $\theta^5 = \pi/2$ ,  $\theta^6 = 5\pi/8$ ,  $\theta^7 = 3\pi/4$ ,  $\theta^8 = 7\pi/8$ 。因此,在实验中,往往可以得到 40 个 Gabor 滤波器。

### 2.2 PCA 算法

PCA 算法的关键就是找出描述人脸样本所处特征空间的特征向量。假定有  $K$  个人脸训练样本  $\mathbf{X}_i$ , 其中  $i=1, 2, \dots, K$ ,  $\mathbf{X}_i$  为人脸灰度级图像按行堆叠后得到的  $N \times 1$  列向量。则可以得到相应的协方差矩阵  $\mathbf{C}$ :

$$\mathbf{C} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})(\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})^T, \quad (2)$$

其中,  $\bar{\mathbf{X}} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{X}_i$  为训练样本的均值,  $T$  代表矩阵的转置。此时,特征值问题由下式得出:

$$\mathbf{C}\boldsymbol{\varphi}_i = \lambda_i \boldsymbol{\varphi}_i, \quad (3)$$

其中  $\lambda_i$  为  $\mathbf{C}$  的第  $i$  个特征值,  $\boldsymbol{\varphi}_i$  为  $\mathbf{C}$  的第  $i$  个特征值  $\lambda_i$  所对应的特征向量。假设  $\lambda_i$  是从大到小排列的,则前  $M$  个  $\lambda_i$  多对应的特征向量  $\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_M$  就是 PCA 算法中所需要的  $M$  个主分量。由这  $M$  个主分量所构成的矩阵  $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_M]$  即为 PCA 算法的映射矩阵。

则第  $i$  个样本  $\mathbf{X}_i$  经 PCA 变换后的结果是:

$$\mathbf{Y}_i = \boldsymbol{\Phi}^T (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}), \quad (4)$$

其中  $\mathbf{Y}_i$  为低维 PCA 子空间中的  $M \times 1$  的列向量。

### 2.3 LDA 算法

LDA 算法的关键是找到一个映射矩阵  $\boldsymbol{\Phi}$ , 使得训练样本在映射后,类间散度与类内散度之比取得最大值。

假设共有  $c$  类训练样本,样本总数为  $K$ ,则训练样本的类间散度矩阵  $S_b$  和类内散度矩阵  $S_w$  分别定义如下:

$$S_b = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^c c_i (m_i - m_0)(m_i - m_0)^T, \quad (5)$$

$$S_w = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{c_i} (X_{ij} - m_i)(X_{ij} - m_i)^T, \quad (6)$$

其中,  $X_{ij}$  表示第  $i$  类中的第  $j$  个训练样本,  $c_i$  为第  $i$  类的训练样本数,  $K = \sum_{i=1}^c c_i$ ,  $m_i = \frac{1}{c_i} \sum_{j=1}^{c_i} X_{ij}$  为第  $i$  类训练样本的均值向量,  $m_0 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{c_i} X_{ij}$  为所有训练样本的均值向量。

则所求的映射矩阵  $\Phi$  应该满足

$$J(\Phi) = \arg \max_{\Phi} \frac{|\Phi^T S_b \Phi|}{|\Phi^T S_w \Phi|}, \quad (7)$$

若  $S_w$  可逆,则  $\Phi$  为  $S_w^{-1} S_b$  的最大  $M$  个特征值所对应的特征向量作为列向量而组成的映射矩阵。

### 2.4 利用 Gabor 小波提取人脸特征

目前,人们利用 Gabor 小波来提取人脸特征时,总是将每个人脸样本经过 Gabor 小波变换后得到的  $N$  个图像共同构成一个向量<sup>[5-6]</sup>,即特征向量为:

$$V = [M_{\Psi}^1, M_{\Psi}^2, \dots, M_{\Psi}^n, \dots, M_{\Psi}^N]^T, \quad (8)$$

其中,  $M_{\Psi}^n$  表示第  $n$  个 Gabor 小波输出的图像按行堆叠方式变成的行向量。这样得到的特征向量的维数是原人脸图像维数的  $N$  倍,但是训练样本的个数仍然不变。本文采用另外一种方法来提取人脸特征向量:将 Gabor 小波变换后的  $N$  个图像各分别看成一个独立的向量,即相当于把一个样本通过 Gabor 小波变换后变成了维数相同的  $N$  个样本:  $(M_{\Psi}^1)^T, (M_{\Psi}^2)^T, \dots, (M_{\Psi}^n)^T, \dots, (M_{\Psi}^N)^T$ 。其中,  $M_{\Psi}^n$  表示第  $n$  个 Gabor 小波输出的图像按行堆叠方式变成的行向量。这样,等效于增加了人脸的样本总数,而每个样本的维数并没有增加。

### 2.5 分类器设计

在人脸识别中,最常用的分类器是最近邻分类器。下面简要描述一下本文中分类器的设计思路。

设人脸共有  $C$  类,在  $\omega_k$  类中(其中  $1 \leq k \leq C$ )第  $n$  个人脸图像经 Gabor 小波变换后产生的  $N$  个特征向量组成的向量矩阵为  $V_k^n$ :

$$V_k^n = [F_{k1}^n, F_{k2}^n, \dots, F_{kl}^n, \dots, F_{kN}^n], \quad (9)$$

其中,  $F_{kl}^n$  表示该人脸样本经过 Gabor 小波变换后输出的第  $l$  个向量  $(M_{\Psi}^l)^T$  降维后得到的特征向量。令  $V_k^0$  表示  $\omega_k$  类训练样本的均值向量矩阵,则:

$$V_k^0 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L V_k^i, \quad (10)$$

其中  $L$  表示  $\omega_k$  类中的人脸样本数。此时,对于任意一个输入的人脸样本经过 Gabor 小波变换后得到的特征向量矩阵  $V$  来说,分类规则如下:

$$\delta(V, V_k^0) = \min_i \delta(V, V_i^0) \rightarrow V \in \omega_k, \quad (11)$$

其中,  $\delta(V, V_k^0) = \frac{-V^T V_k^0}{\|V\| \cdot \|V_k^0\|}$  为基于白化变换的余弦距离测度。

## 3 实验

### 3.1 人脸库

在本实验中,采用 FERET 人脸库<sup>[10]</sup>。FERET 人脸库包含有不同性别、不同种族和不同年龄的人脸图像。由于这些图像均拍摄于不同的时间段,所以图像的光照情况、人脸的表情变化和图像中人脸尺寸的大小均有较大的差异。实验中所使用的人脸图像包含 200 个人,每个人 3 幅图像共 600 幅正面人脸图像。在实验时,先从  $256 \times 384$  大小的灰度级图像中剪切出  $64 \times 64$  大小的人脸区域,将剪切好的人脸图像直方图均衡化后进行规范化,规范化成均值为 0 方差为 1 的列向量。



图 1 一些剪切好的人脸样本图像

Fig. 1 Some face samples after geometric normalization

一些已经剪切好的人脸图像如图 1 所示。由于每个人共有 3 幅人脸图像,所以在实验中,对

每个人随机的抽取 2 幅图像进行训练,剩下的 1 幅进行测试。这样就可以得到训练集人脸图像 400 幅,测试集人脸图像 200 幅。

### 3.2 实验结果

在本实验中,考虑到人脸图像的大小,以及计算速度等问题,Gabor 小波的中心频率只选择一个  $\omega_0 = \sqrt{2}\pi/4$ ,方向参数选择 8 个,即  $\theta$  的取值包括: $\theta^1 = 0, \theta^2 = \pi/8, \theta^3 = \pi/4, \theta^4 = 3\pi/8, \theta^5 = \pi/2, \theta^6 = 5\pi/8, \theta^7 = 3\pi/4, \theta^8 = 7\pi/8$ 。这样,每一个输入的人脸样本经过 Gabor 小波变换后都会得到 8 个新的样本,即采用本文介绍的 Gabor 小波提取人脸特征后,训练样本总数变成了原来的 8 倍。

利用 Gabor 小波提取人脸特征后,为了减少噪声的影响并提高计算效率,先用 PCA 方法将新的  $64 \times 64 = 4096$  维人脸样本作降维处理变成 400 维的数据,然后使用 LDA 技术进一步降维,最后采用基于白化余弦距离的最小距离分类器(11)来分类判别。实验结果与 PCA 方法的实验结果进行了比较,如图 2 所示。由于实验中人脸样本的类别总数为 200,所以,在本实验中,降维后的特征向量维数最高取值 190。

从图 2 可以看出,本文提出的方法与 PCA 方法相比,人脸识别的性能提高了许多。特别是当特征向量数较少时,提高的幅度更大。例如当特征向量数为 40 时,本文方法的正确识别率超过了 90%,而 PCA 方法的正确识别率还不足 70%;当特征向量数为 20 时,本文方法的正确识别率超过了 80%,而 PCA 方法的正确识别率还不到 45%。当特征向量数超过 60 时,本文提出的方法得到的正确识别率平均为 97%左右,而 PCA 方法的平

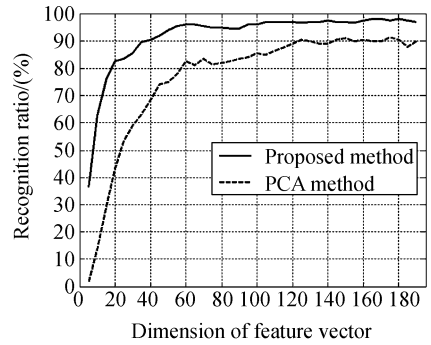


图 2 实验结果比较

Fig. 2 Comparison of experimental results

均识别率不足 90%。值得指出的是,本实验中的 Gabor 小波只使用了一个中心频率,如果增加 Gabor 小波中心频率的数量,则识别率将会进一步提高,不过,计算速度也将随之下降。

## 4 结 论

人脸图像经过 Gabor 小波变换后可以得到  $N$  个图像,本文将 Gabor 小波变换后输出的每个图像均看成是一个独立的样本,这样使得训练集样本总数变成了原来的  $N$  倍,有效地解决了人脸识别中的小样本问题,并专门针对人脸特征向量组,设计了使用白化变换后余弦距离测度的最近邻分类器来进行分类判决。在 FERET 人脸库中与直接 PCA 方法进行了人脸识别的仿真实验比较,在实验中,Gabor 小波使用了一个中心频率和 8 个方向参数,实验结果表明,本文提出的新方法的平均正确识别率可以达到 97%,优于直接 PCA 方法。

### 参考文献:

- [1] SWETS D L, WENG J. Using discriminant eigenfeatures for image retrieval [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, 18(8): 831-836.
- [2] HOWLAND P, WANG J, PARK H. Solving the small sample size problem in face recognition using generalized discriminant analysis [J]. *Pattern Recognition*, 2006, 39: 277-287.
- [3] TURK M, PENTLAND A. Eigenfaces for recognition [J]. *Cognitive Neuroscience*, 1991, 13(1): 71-86.
- [4] LEE T S. Image representation using 2D Gabor wavelets [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, 18(10): 959-971.
- [5] LIU D H, LAM K M, SHEN L S. Optimal sampling of Gabor features for face recognition [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2004, 25: 267-276.

- [6] LIU C. Capitalize on dimensionality increasing techniques for improving face recognition grand challenge performance [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006, 28(5): 725-737.
- [7] 李粉兰, 徐可欣. 一种应用于人脸正面图像的眼睛定位算法[J]. *光学精密工程*, 2006, 14(2): 320-326.  
LI F L, XU K X. An algorithm applied in frontal-view face images for automatically localizing eyes [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(2): 320-326. (in Chinese)
- [8] 许廷发, 韦岗, 倪国强. 基于并行结构的 Gabor 小波神经网络算法及应用[J]. *光学精密工程*, 2006, 14(2): 247-250.  
XU T F, WEI G, NI G Q. Gabor wavelet neural network algorithm based on parallel structure [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(2): 247-250. (in Chinese)
- [9] 乌旭, 胡家升, 梁殿亮. 基于区域分割的指纹奇异性检测及中心点计算[J]. *光学精密工程*, 2006, 14(2): 229-235.  
WU X, HU J SH, LIANG D L. An algorithm for singularity detection and center point calculation based on fingerprint segmentation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(2): 229-235. (in Chinese)
- [10] PHILIPS P J, WECHSLER H, HUANG J, *et al.*. The FERET database and evaluation procedure for face recognition algorithms [J]. *Image and Vision Computing*, 1998, 16: 295-306.

作者简介:聂祥飞(1973—),男,云南宣威人,副教授,北京邮电大学在读博士生,主要研究方向为图像处理与图像识别。  
E-mail:niexf@tom.com